laonde, sostituendo nella (i 8), si ottiene finalmente

(20) $ds^* = d£ + d£ + \cdots + d£ + jr$ [(-y sen h -£-)'_ i]]T <X A> - < A)' ,

ossia

dove p* = ^-j-^-[- - • • -j-^n? e dove la serie convergente posta fra parentesi procede secondo le potenze crescenti di -~- . Per piccolissimi valori di p si può prendere semplicemente

Ora considerando un elemento di superficie passante per l'origine, si può fare in modo (con un'opportuna scelta degli assi ^ , *%₂,* . . . , ossia x_z , $x_{z)}$ . . .) che esso coincida con quello della *superficie* ^ = o, ^₄ = o, ... £M = o, alla quale corrisponde, nelle vicinanze dell'origine, l'elemento lineare

e poiché l'area del triangolo infinitesimo che ha i vertici nei punti (o, o), (^ , £₂), G^IJ ^O? *avi* clua^ ^ *secondo* è infinitamente vicino all'origine, è uguale ad — Od^\₂ """'ta^O» se ne concile che^" *(^d^* — \.₂*d^²* *è* eguale al quadruplo del quadrato dell'area del triangolo infinitesimo che ha i vertici nei punti (0,0, ... o), Od > ^₂? • • • ^J? (^^i? ^^₂> • • • ^O' ^ *secon d° dù* quali è infinitamente vicino all'origine. Se dunque si divide la somma dei termini di 4° ordine nella (20') per il quadrato dell'area del triangolo infinitesimo anzidetto, si ha il quoziente ; e poiché,

3#

secondo la definizione di RIEMANN, tale quoziente moltiplicato per — — esprime la misura della curvatura nel senso dell'elemento superficiale anzidetto, si vede che nello spazio qui considerato tale misura è costante ed uguale a -- ^- in ogni direzione intorno a ciascun punto *). Egli o perciò che questo spazio può

acconciamente esser chiamato di *curvatura costante.*

*) Per vedere la coincidenza della definizione di RIEMANN con quella di GAUSS, si rammenti che, secondo GAUSS, la misura della curvatura della superficie definita dall'elemento